

KARAKTERISASI SUBGRUP SYLOW SOLVABLE DARI GRUP POIN SENYAWA FOSFOR PENTAKLORIDA

CHARACTERIZATION OF SOLVABLE SYLOW SUBGROUP OF POINT GROUP PHOSPHORUS PENTACHLORIDE COMPOUND

Emma Carnia*, Sisilia Sylviani, Elah Dewia

Departemen Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Padjadjaran

*email: ema.carnia@unpad.ac.id

Abstrak

Fosfor pentaklorida merupakan senyawa kimia yang berwujud gas. Salah satu kegunaan dari senyawa ini adalah sebagai zat yang dapat mempercepat laju reaksi kimia. Senyawa Fosfor pentaklorida memiliki bentuk geometri molekul trigonal bipiramid dengan total 12 operasi simetri. Himpunan semua operasi simetri tersebut dilengkapi dengan operasi komposisi fungsi akan membentuk grup yang dinamakan grup poin D_{3h} . Pada paper ini dibahas karakterisasi dari grup poin senyawa Fosfor pentaklorida dilihat dari sudut pandang teori grup. Dimulai dengan pembuktian grup poin, kemudian ditentukan semua subgrup Sylownya serta subgrup normal dari grup tersebut. Hasil yang diperoleh adalah sifat bahwa 2-subgrup Sylow dan 3-subgrup Sylow dari senyawa Fosfor pentaklorida serta irisan antara subgrup Sylow dan subgrup normalnya merupakan grup solvable.

Kata kunci: Fosfor pentaklorida, grup poin, teori grup, p-subgrup Sylow, solvable

Abstract

Phosphorus pentachloride is a gaseous chemical compound. One of the uses of this compound is a substance that can accelerate the rate of chemical reactions. Phosphorus pentachloride compounds has a molecular geometry shape trigonal bipyramid with a total of 12 symmetry operations. The set of all symmetry operations completed with the operation of the function composition will form a group called the D_{3h} point group. In this paper discuss the characterization the points group of Phosphorus pentachloride compound from the perspective of group theory. Beginning with point group proofing, then determine all Sylow p -subgroup and normal subgroups of this group. The results obtained were the properties that Sylow 2-subgroup and Sylow 3-subgroup of Phosphorus pentachloride compounds and slices between Sylow subgroups and normal subgroup is solvable groups.

Keywords: Phosphorus pentachloride, point group, group theory, Sylow p -subgroup, solvable

Pendahuluan

Simetri memiliki peranan penting dalam hampir semua cabang fisika modern dan kimia. Salah satunya dapat digunakan untuk menentukan sifat magnetik suatu molekul, hibridisasi senyawa kimia, analisis spektrum getaran dan menentukan vibrasi molekul [1]. Operasi simetri adalah operasi pertukaran atom yang dilakukan pada molekul sedemikian sehingga setelah pertukaran, bentuk dan orientasi molekul tidak berubah meskipun posisi semula dari beberapa atau semua atom dapat ditempati oleh atom lain yang ekuivalen [2].

Operasi simetri dan elemen simetri merupakan suatu penyajian multimedia yang menggambarkan dasar-dasar simetri dengan model molekul tiga dimensi dan penjelasan teks sederhana. Animasi dan grafik tiga dimensi digunakan untuk mendefinisikan dan mengkarakterisasi elemen simetri yang sering ditemui pada struktur kimia, diantaranya adalah identitas (E), sumbu putar simetri (C_n), bidang cermin (σ), sumbu rotasi-refleksi (S_n) dan pusat inversi (i) [3].

Berikut penjelasan dari masing-masing operasi simetri:

1. E (Identitas). Semua molekul memiliki operasi identitas yang menyebabkan tidak adanya perubahan pada suatu molekul.
2. C_n (Sumbu rotasi). Apabila dilakukan rotasi sebesar $2\pi/n$ dengan subskrip n menunjukkan order dari sumbu, maka akan memberikan konfigurasi objek yang ekuivalen. Rotasi dikatakan positif apabila searah dengan jarum jam yang dinotasikan dengan C_n^+ dan dikatakan negatif apabila berlawanan arah dengan jarum jam yang dinotasikan dengan C_n^- .
3. σ (Bidang cermin). Operasi simetri suatu bidang simetri yaitu berupa refleksi (pencerminan) oleh bidang yang menghasilkan konfigurasi objek yang ekuivalen. Ada 3 jenis bidang cermin yaitu :
 - a. σ_h merupakan bidang cermin yang tegak lurus terhadap sumbu utama rotasi.
 - b. σ_v merupakan bidang cermin yang memuat sumbu utama rotasi.
 - c. σ_d merupakan bidang cermin dihedral, dibuat oleh sumbu utama rotasi dan dua C_2 yang berdekatan dengan sumbu yang tegak lurus dengan sumbu utama rotasi.
4. S_n (Sumbu rotasi-refleksi). Operasi simetri S_n terjadi dalam dua tahap, yang pertama rotasi sebesar $2\pi/n$ kemudian diikuti oleh refleksi terhadap bidang cermin yang tegak lurus dengan sumbu rotasi.
5. i (Pusat inversi). Pusat inversi atau pusat simetri adalah refleksi suatu objek terhadap titik pusat inversi dengan mengubah koordinat (x, y, z) ke koordinat $(-x, -y, -z)$ [4]

Bentuk-bentuk dari suatu molekul dapat dikarakterisasi atas dasar sifat simetrinya yang kemudian dikenal dengan istilah simetri molekular.

Teori grup merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang memiliki banyak peranan dalam bidang ilmu lain, salah satunya dalam kimia. Teori grup sangat bermanfaat untuk mengidentifikasi sifat-sifat simetri dari suatu molekul, juga dapat digunakan untuk menentukan orbital molekul, vibrasi molekul serta karakter-karakter lainnya.

Gabungan dari semua operasi simetri pada suatu molekul akan membentuk suatu grup yang dinamakan grup poin. Grup poin dalam kimia didefinisikan dengan cara yang jelas yaitu sebagai grup simetri molekular. Karena jumlah atom dalam molekul itu terbatas, maka semua operasi dalam grup simetri setidaknya memiliki satu titik tetap, yaitu pusat atom [1].

Pada paper ini dibahas suatu senyawa yaitu Fosfor pentaklorida dengan rumus kimia PCl_5 . Salah satu sifat dari senyawa ini adalah dapat

membebaskan gas beracun jika terkena air. Selanjutnya dibahas suatu karakterisasi dari senyawa PCl_5 dilihat dari sudut pandang teori grup khususnya terkait dengan subgrup Sylow dan grup *solvable*.

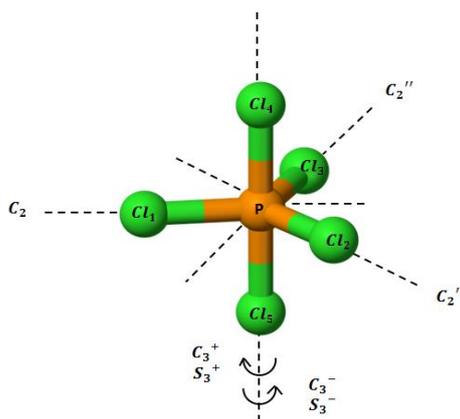
Suatu grup hingga G dikatakan p -grup jika order setiap elemen dari grup G merupakan pangkat dari bilangan prima p . Subgrup dari grup G dikatakan p -subgrup jika subgrup itu sendiri merupakan p -grup. Suatu p -subgrup yang tidak termuat dalam p -subgrup yang lain dari sembarang grup hingga maka subgrup tersebut dikatakan sebagai p -subgrup Sylow [5]. Sedangkan, grup *solvable* merupakan salah satu jenis grup hingga yang memiliki suatu rantai hingga dari subgrup normalnya, dimana grup faktor dari rantai subgrup tersebut merupakan grup Abel [6].

Metode Penelitian

Objek penelitian dalam paper ini adalah senyawa Fosfor pentaklorida (PCl_5). Alur penelitian ini dimulai dengan menentukan semua operasi simetri yang ada pada senyawa PCl_5 , yakni: $E, C_2, C_2', C_2'', C_3^+, C_3^-, S_3^+, S_3^-, \sigma_h, \sigma_v, \sigma_v'$, dan σ_v'' . Semua operasi simetrinya dihimpun dan dikenakan operasi komposisi fungsi sehingga membentuk grup poin D_{3h} . Selanjutnya dicari semua subgrup Sylow dan salah satu subgrup normalnya. Pada akhirnya dibuktikan bahwa semua p -subgrup Sylow dari grup poin senyawa PCl_5 merupakan grup *solvable*, serta irisan antara p -subgrup Sylow dan subgrup normalnya juga merupakan grup *solvable*.

Hasil dan Pembahasan

Fosfor pentaklorida merupakan senyawa kimia yang berwujud gas pada suhu kamar dan membentuk suatu ikatan kovalen serta dapat larut jika direaksikan dengan air. Salah satu kegunaan dari Fosfor pentaklorida adalah sebagai zat yang dapat mempercepat laju reaksi kimia (katalis), untuk klorinasi senyawa organik serta berperan dalam mengenali adanya gugus eter. Dalam wujud gas, Fosfor pentaklorida mempunyai bentuk molekul trigonal bipiramid seperti yang terlihat pada gambar berikut.



Sumber : http://www.wikiwand.com/fr/Pentachlorure_de_phosphore

Gambar 1. Geometri molekul dari Fosfor pentaklorida (PCl_5)

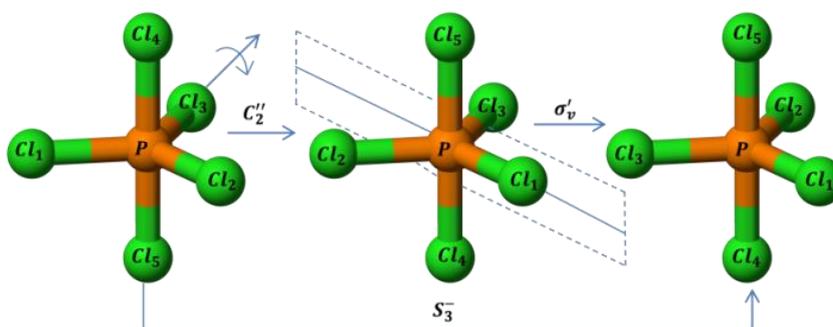
Apabila terhadap senyawa (PCl_5) dikenakan operasi seperti refleksi dan rotasi maka diperoleh 12 operasi simetri yaitu:

1. E (identitas)
2. C_2 merupakan rotasi sebesar 180° dengan sumbu rotasinya yaitu atom Cl_1 .
3. C_2' merupakan rotasi sebesar 180° dengan sumbu rotasinya yaitu atom Cl_2 .
4. C_2'' merupakan rotasi sebesar 180° dengan sumbu rotasinya yaitu atom Cl_3 .
5. C_3^+ merupakan rotasi sebesar 120° dan searah dengan jarum jam.
6. C_3^- merupakan rotasi sebesar 120° dan berlawanan arah dengan jarum jam.

7. S_3^+ merupakan gabungan dari operasi simetri yaitu rotasi sebesar 120° dan searah dengan jarum jam dilanjutkan dengan refleksi terhadap bidang yang tegak lurus dengan sumbu C_3^+ .
8. S_3^- merupakan gabungan dari operasi simetri yaitu rotasi sebesar 120° dan berlawanan arah dengan jarum jam dilanjutkan dengan refleksi terhadap bidang yang tegak lurus dengan sumbu C_3^- .
9. σ_h merupakan bidang cermin yang tegak lurus dengan sumbu C_3 .
10. σ_v merupakan bidang cermin yang memuat sumbu C_2 .
11. σ_v' merupakan bidang cermin yang memuat sumbu C_2' .
12. σ_v'' merupakan bidang cermin yang memuat sumbu C_2'' .

Gabungan dari dua operasi simetri pada senyawa PCl_5 akan menghasilkan operasi simetri yang lain yang berlaku pada senyawa ini. Gambar di bawah merupakan contoh gabungan dari dua operasi simetri, pertama, senyawa PCl_5 dirotasi sebesar 180° dengan pusat rotasinya adalah atom Cl_3 , kemudian dilanjutkan dengan operasi bidang cermin yang memuat sumbu C_2' . Hasil akhir dari dilakukannya dua operasi ini secara berurutan akan sama apabila senyawa PCl_5 dikenakan operasi simetri berupa S_3^- .

Dengan cara yang sama maka diperoleh hasil sebagaimana terlihat dalam tabel 1.



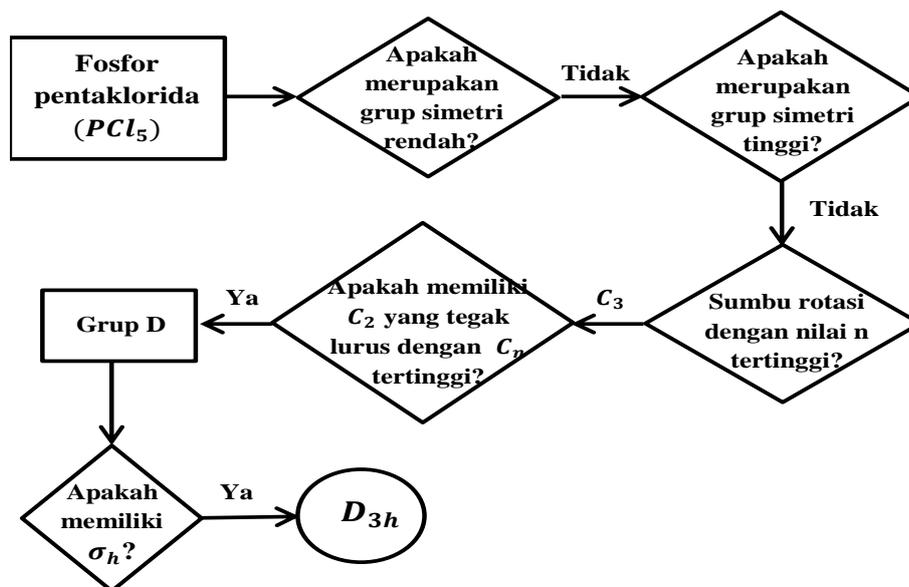
Gambar 2. Gabungan dari dua operasi simetri pada senyawa PCl_5

Tabel 1. Tabel Cayley dari PCl_5

e	E	C ₂	C ₂ '	C ₂ ''	C ₃ ⁺	C ₃ ⁻	S ₃ ⁺	S ₃ ⁻	σ _h	σ _v	σ _v '	σ _v ''
E	E	C ₂	C ₂ '	C ₂ ''	C ₃ ⁺	C ₃ ⁻	S ₃ ⁺	S ₃ ⁻	σ _h	σ _v	σ _v '	σ _v ''
C ₂	C ₂	E	C ₃ ⁻	C ₃ ⁺	C ₂ '	C ₂ ''	σ _v '	σ _v ''	σ _v	σ _h	S ₃ ⁻	S ₃ ⁺
C ₂ '	C ₂ '	C ₃ ⁺	E	C ₃ ⁻	C ₂ ''	C ₂	σ _v ''	σ _v	σ _v '	S ₃ ⁺	σ _h	S ₃ ⁻
C ₂ ''	C ₂ ''	C ₃ ⁻	C ₃ ⁺	E	C ₂	C ₂ '	σ _v	σ _v '	σ _v ''	S ₃ ⁻	S ₃ ⁺	σ _h
C ₃ ⁺	C ₃ ⁺	C ₂ '	C ₂ ''	C ₂	C ₃ ⁻	E	S ₃ ⁻	σ _h	S ₃ ⁺	σ _v '	σ _v ''	σ _v
C ₃ ⁻	C ₃ ⁻	C ₂ ''	C ₂	C ₂ '	E	C ₃ ⁺	σ _h	S ₃ ⁺	S ₃ ⁻	σ _v ''	σ _v	σ _v '
S ₃ ⁺	S ₃ ⁺	σ _v '	σ _v ''	σ _v	S ₃ ⁻	σ _h	C ₃ ⁻	E	C ₃ ⁺	C ₂ '	C ₂ ''	C ₂
S ₃ ⁻	S ₃ ⁻	σ _v ''	σ _v	σ _v '	σ _h	S ₃ ⁺	E	C ₃ ⁺	C ₃ ⁻	C ₂ ''	C ₂	C ₂ '
σ _h	σ _h	σ _v	σ _v '	σ _v ''	S ₃ ⁺	S ₃ ⁻	C ₃ ⁺	C ₃ ⁻	E	C ₂	C ₂ '	C ₂ ''
σ _v	σ _v	σ _h	S ₃ ⁻	S ₃ ⁺	σ _v '	σ _v ''	C ₂ '	C ₂ ''	C ₂	E	C ₃ ⁻	C ₃ ⁺
σ _v '	σ _v '	S ₃ ⁺	σ _h	S ₃ ⁻	σ _v ''	σ _v	C ₂ ''	C ₂	C ₂ '	C ₃ ⁺	E	C ₃ ⁻
σ _v ''	σ _v ''	S ₃ ⁻	S ₃ ⁺	σ _h	σ _v	σ _v '	C ₂	C ₂ '	C ₂ ''	C ₃ ⁻	C ₃ ⁺	E

Berdasarkan tabel di atas terlihat bahwa setiap operasi simetri dari senyawa PCl₅ memenuhi sifat ketertutupan, asosiatif, memiliki elemen identitas yaitu E dan setiap operasi simetrinya memiliki invers terhadap operasi komposisi fungsi. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa himpunan semua operasi simetri dari senyawa PCl₅ merupakan grup.

Grup dari senyawa PCl₅ memiliki 5 subgrup yang berorder 2 yaitu: R = {E, σ_v'}, S = {E, σ_v''}, T = {E, σ_v'}, U = {E, σ_h'}, dan V = {E, C₂'}, 1 subgrup yang berorder 3 yaitu: P = {E, C₃⁺, C₃⁻}, 1 subgrup yang berorder 4 yaitu: Q = {E, C₂, σ_h, σ_v'}, dan 3 subgrup yang berorder 6 yaitu: L = {E, C₃⁺, C₃⁻, σ_v, σ_v'}, M = {E, C₃⁺, C₃⁻, S₃⁺, S₃⁻, σ_h} dan N = {E, C₂, C₂', C₂'', C₃⁺, C₃⁻}.



Gambar 3. Alur untuk menentukan grup poin dari PCl₅

Selanjutnya grup tersebut dinamakan sebagai grup poin. Untuk mengidentifikasi jenis grup poin

pada senyawa PCl₅ dimulai dengan menentukan apakah senyawa ini termasuk grup simetri rendah

atau tinggi. Selanjutnya menentukan sumbu rotasi dengan harga n tertinggi dari operasi simetri C_n yang ada pada senyawa PCl_5 , lalu menentukan apakah senyawa ini memiliki operasi simetri C_2 yang tegak lurus dengan operasi sumbu simetri yang telah ditentukan sebelumnya. Jika ya, maka senyawa ini termasuk grup simetri D . Kemudian menentukan apakah senyawa tersebut memiliki operasi simetri bidang cermin yang tegak lurus dengan sumbu rotasi tertinggi dari operasi simetri C_n . Karena terpenuhi, maka senyawa PCl_5 termasuk ke dalam grup poin D_{3h} .

Berdasarkan alur di atas terlihat bahwa PCl_5 merupakan suatu grup poin D_{3h} dengan D menyatakan grup dihedral, 3 menyatakan nilai tertinggi dari operasi simetri C_n yang ada pada senyawa PCl_5 dan h menyatakan bahwa senyawa PCl_5 memiliki operasi bidang horizontal. Himpunan operasi simetri pada senyawa PCl_5 dapat mendeskripsikan keseluruhan karakter simetri dari senyawa tersebut. Berikut ini akan dijelaskan mengenai karakterisasi dari PCl_5 dilihat dari sudut pandang teori grup, khususnya terkait subgrup Sylow dan grup *solvable*.

Terlebih dahulu akan dicari semua p -subgrup Sylow dari PCl_5 , kemudian akan ditunjukkan bahwa semua p -subgrup Sylownya merupakan grup *solvable*. Berdasarkan eksistensi dari p -subgrup Sylow bahwa setiap grup hingga pasti memiliki p -subgrup Sylow dengan p merupakan bilangan prima yang membagi order grupnya. Dengan demikian karena faktorisasi prima dari order PCl_5 adalah $12 = 2^2 \cdot 3$, artinya PCl_5 memiliki 2-subgrup Sylow dan 3-subgrup Sylow.

Pertama, akan ditunjukkan bahwa subgrup $P = \{E, C_3^+, C_3^-\}$ merupakan 3-subgrup Sylow dari PCl_5 . Artinya harus ditunjukkan bahwa P merupakan 3-subgrup maksimal dari PCl_5 . Untuk melihat order setiap elemen dari P digunakan tabel Cayley sebagai berikut.

Tabel 2. Tabel Cayley dari $P = \{E, C_3^+, C_3^-\}$

◦	E	C_3^+	C_3^-
E	E	C_3^+	C_3^-
C_3^+	C_3^+	C_3^-	E
C_3^-	C_3^-	E	C_3^+

Berdasarkan tabel di atas terlihat bahwa order setiap elemen dari P merupakan perpangkatan dari 3 yaitu $|E| = 1 = 3^0$, $|C_3^+| = 3$, dan $|C_3^-| = 3$. Selanjutnya diketahui bahwa order dari P adalah 3 dan order dari PCl_5 adalah 12, sehingga diperoleh bahwa 3 habis membagi 12 akan tetapi 3^2 tidak habis membagi 12. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa P merupakan 3-subgrup Sylow dari PCl_5 .

Langkah selanjutnya adalah menunjukkan bahwa P merupakan grup *solvable*. Subgrup normal dari P hanyalah himpunan identitas yang dinotasikan dengan P_0 . Sehingga diperoleh suatu rantai subgrup dari P yaitu: $P_0 = \{E\} \triangleleft P = \{E, C_3^+, C_3^-\}$. Grup faktor P/P_0 isomorfik dengan P dan merupakan grup Abel berdasarkan Tabel 2 di atas. Oleh karena itu, terbukti bahwa P merupakan grup *solvable*.

Berikutnya, akan ditunjukkan bahwa subgrup $Q = \{E, C_2, \sigma_h, \sigma_v\}$ merupakan 2-subgrup Sylow dari PCl_5 . Artinya harus ditunjukkan bahwa Q merupakan 2-subgrup maksimal dari PCl_5 . Untuk melihat order setiap elemen dari subgrup Q digunakan tabel Cayley sebagai berikut.

Tabel 3. Tabel Cayley dari $Q = \{E, C_2, \sigma_h, \sigma_v\}$

◦	E	C_2	σ_h	σ_v
E	E	C_2	σ_h	σ_v
C_2	C_2	E	σ_v	σ_h
σ_h	σ_h	σ_v	E	C_2
σ_v	σ_v	σ_h	C_2	E

Berdasarkan tabel di atas terlihat bahwa order setiap elemen dari Q merupakan perpangkatan dari 2 yaitu $|E| = 1 = 2^0$, $|C_2| = 2$, $|\sigma_h| = 2$ dan $|\sigma_v| = 2$. Selanjutnya diketahui bahwa order dari Q adalah $4 = 2^2$ dan order dari PCl_5 adalah 12, sehingga diperoleh bahwa 2^2 habis membagi 12 akan tetapi 2^3 tidak habis membagi 12. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa Q merupakan 2-subgrup Sylow dari PCl_5 .

Langkah selanjutnya adalah menunjukkan bahwa Q merupakan grup *solvable*. Terdapat rantai subgrup normal dari Q yaitu: $Q_0 = \{E\} \triangleleft Q_1 = \{E, C_2\} \triangleleft Q = \{E, C_2, \sigma_h, \sigma_v\}$. Akan ditunjukkan bahwa grup faktor dari rantai tersebut merupakan grup Abel. Grup faktor $Q/Q_1 = \{Q_1, \sigma_h Q_1\}$ dan $Q_1/Q_0 \approx Q_1$ keduanya merupakan grup yang

berorder dua, dengan demikian jelas bahwa grup tersebut merupakan grup Abel. Oleh karena itu terbukti bahwa Q merupakan grup *solvable*.

Berdasarkan pembuktian di atas, maka dapat disimpulkan bahwa semua p -subgrup Sylow dari grup poin senyawa PCL_5 merupakan grup *solvable*.

Selanjutnya akan dicari karakterisasi lain dari senyawa PCL_5 terkait irisan subgrup Sylow dan subgrup normal dengan grup *solvable*.

Misalkan $N = \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}$ adalah subgrup normal dari PCL_5 . Berikut ditunjukkan kenormalan dari subgrup N .

$$\begin{aligned} E\{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} &= \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} \\ C_2\{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} &= \{C_2, E, C_3^+, C_3^-, C'_2, C''_2\} \\ C'_2\{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} &= \{C'_2, C_3^+, E, C_3^-, C''_2, C_2\} \\ C''_2\{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} &= \{C''_2, C_3^-, C_3^+, E, C_2, C'_2\} \\ C_3^+\{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} &= \{C_3^+, C'_2, C''_2, C_2, C_3^-, E\} \\ C_3^-\{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} &= \{C_3^-, C'_2, C_2, C'_2, E, C_3^+\} \\ S_3^+\{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} &= \{S_3^+, \sigma'_v, \sigma''_v, \sigma_v, S_3^-, \sigma_h\} \\ S_3^-\{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} &= \{S_3^-, \sigma'_v, \sigma_v, \sigma''_v, \sigma_h, S_3^+\} \\ \sigma_h\{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} &= \{\sigma_h, \sigma_v, \sigma'_v, \sigma''_v, S_3^+, S_3^-\} \\ \sigma_v\{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} &= \{\sigma_v, \sigma_h, S_3^-, S_3^+, \sigma'_v, \sigma''_v\} \\ \sigma'_v\{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} &= \{\sigma'_v, S_3^+, \sigma_h, S_3^-, \sigma''_v, \sigma_v\} \\ \sigma''_v\{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} &= \{\sigma''_v, S_3^-, S_3^+, \sigma_h, \sigma_v, \sigma'_v\} \end{aligned}$$

Selanjutnya dicari semua koset kanan dari subgrup N pada G .

$$\begin{aligned} \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}E &= \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} \\ \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}C_2 &= \{C_2, E, C_3^+, C_3^-, C'_2, C''_2\} \\ \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}C'_2 &= \{C'_2, C_3^-, E, C_3^+, C''_2, C_2\} \\ \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}C''_2 &= \{C''_2, C_3^+, C_3^-, E, C_2, C'_2\} \\ \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}C_3^+ &= \{C_3^+, C'_2, C''_2, C_2, C_3^-, E\} \\ \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}C_3^- &= \{C_3^-, C'_2, C_2, C'_2, E, C_3^+\} \\ \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}S_3^+ &= \{S_3^+, \sigma'_v, \sigma''_v, \sigma_v, S_3^-, \sigma_h\} \\ \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}S_3^- &= \{S_3^-, \sigma''_v, \sigma_v, \sigma'_v, \sigma_h, S_3^+\} \\ \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}\sigma_h &= \{\sigma_h, \sigma_v, \sigma'_v, \sigma''_v, S_3^+, S_3^-\} \\ \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}\sigma_v &= \{\sigma_v, \sigma_h, S_3^+, S_3^-, \sigma'_v, \sigma''_v\} \\ \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}\sigma'_v &= \{\sigma'_v, S_3^-, \sigma_h, S_3^+, \sigma''_v, \sigma_v\} \\ \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}\sigma''_v &= \{\sigma''_v, S_3^+, S_3^-, \sigma_h, \sigma_v, \sigma'_v\} \end{aligned}$$

Selanjutnya dicari semua koset kiri dari subgrup N pada G adalah $\{\{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}, \{\sigma_h, \sigma_v, \sigma'_v, \sigma''_v, S_3^+, S_3^-\}\}$.

Terlihat bahwa semua koset kiri sama dengan semua koset kanan dengan demikian maka N merupakan subgrup normal.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa irisan dari p -subgrup Sylow dan subgrup normal dari PCL_5 merupakan grup *solvable*.

Tabel 4. Tabel Cayley dari $N = \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\}$

E	E	C_2	C'_2	C''_2	C_3^+	C_3^-
E	E	C_2	C'_2	C''_2	C_3^+	C_3^-
C_2	C_2	E	C_3^-	C_3^+	C'_2	C''_2
C'_2	C'_2	C_3^+	E	C_3^-	C''_2	C_2
C''_2	C''_2	C_3^-	C_3^+	E	C_2	C'_2
C_3^+	C_3^+	C'_2	C''_2	C_2	C_3^-	E
C_3^-	C_3^-	C''_2	C_2	C'_2	E	C_3^+

Irisan dari p -subgrup Sylow dan subgrup normal dari PCL_5 adalah $P \cap N = \{E, C_3^+, C_3^-\} \cap \{E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-\} = \{E, C_3^+, C_3^-\}$ dan isomorfik dengan P . Berdasarkan penjelasan pada sifat sebelumnya, telah dibuktikan bahwa P merupakan grup *solvable*. Dengan demikian terbukti bahwa irisan dari p -subgrup Sylow dan subgrup normal dari PCL_5 juga merupakan grup *solvable*.

Simpulan

Fosfor pentaklorida (PCL_5) merupakan senyawa kimia yang berwujud gas dengan bentuk molekul berupa trigonal bipiramid. Senyawa PCL_5 memiliki total 12 operasi simetri yang berlaku, yakni: $E, C_2, C'_2, C''_2, C_3^+, C_3^-, S_3^+, S_3^-, \sigma_h, \sigma_v, \sigma'_v$, dan σ''_v . Himpunan semua operasi simetri yang berlaku pada senyawa PCL_5 akan membentuk suatu grup yang dinamakan sebagai grup poin D_{3h} dengan D menyatakan grup dihedral, 3 menyatakan nilai tertinggi dari operasi simetri C_n yang ada pada senyawa PCL_5 dan h menyatakan bahwa senyawa PCL_5 memiliki operasi bidang horizontal.

Senyawa PCL_5 memiliki 3-subgrup Sylow yaitu $P = \{E, C_3^+, C_3^-\}$ dan 2-subgrup Sylow yaitu $Q = \{E, C_2, \sigma_h, \sigma_v\}$ yang merupakan grup *solvable*, sehingga dapat disimpulkan bahwa salah satu karakterisasi dari grup poin senyawa PCL_5 adalah semua p -subgrup Sylownya merupakan grup *solvable*. Serta irisan dari p -subgrup Sylow serta subgrup normal dari PCL_5 juga merupakan grup *solvable*.

Kajian yang dilakukan baru sebatas pada karakterisasi subgrup Sylow *solvable* dari grup poin senyawa Fosfor pentaklorida dengan mengambil perwakilan dari subgrupnya. Untuk kajian selanjutnya dapat dilakukan karakterisasi untuk semua subgrup dan masih banyak sifat lain yang bisa dikaji dari bahasan paper ini.

Ucapan Terima Kasih

Terimakasih kepada Departemen Matematika FMIPA Unpad yang telah memberikan bantuan fasilitas internet serta sarana dan prasarana yang diperlukan dalam penelitian ini.

Pustaka

- [1]. Fritzsche, S. (2006), Application of Point-Group Symmetries in Chemistry and Physics: A Computer Algebraic Approach, *International Journal of Quantum Chemistry* 106, 98–129.
- [2]. Brigido Alan Vargas-Gonzalez, Miguel Angel Mendez-Rojas, Ramon Gonzalez Marquez, Aaron Perez-Benitez. (2009), A Topic on Symmetry: Should we teach the Equivalence between 2-fold Improper Rotation Axis (S_2) and Inversion Center (i)?, *Chemical Education Journal* 13.
- [3]. Albert W.M. Lee, C.L. Chan, K.M. Leung, W.J. Daniel (1996), Symmetry Elements and Operations. *Journal of Chemical Education* 73 (10), p 924.
- [4]. Cotton, F. Albert. (1990) *Chemical Applications of Group Theory*, third ed., College Station, Texas.
- [5]. Gallian, Joseph A. (2010) *Contemporary Abstract Algebra*, seventh ed., United States of America.
- [6]. Isaacs, I. Martin. (1993) *Algebra, A Graduate Course*, Brooks/Cole Publishing Company, California.